

ブランドドック

～MCMC法を用いた階層化ベイズ推定によるブランド力の計測～

2005年1月

慶應義塾大学商学部商学科

学籍番号 40011270

城 祐治郎

要約

本稿では、MCMC法を用いた階層化ベイズ推定により消費者の異質性を考慮してブランド力の変化を計測するモデルを提案し、消費者の異質性を考慮することの妥当性の検証とブランド力の計測を行った。消費者の異質性を考慮したモデルは情報量を豊富にするだけでなく、従来の最尤推定による多項ロジットモデルに比べてデータへのフィットを大きく向上させること、そして時間を考慮してモデルを構築することは時間を考慮しないモデルに対してデータへのフィットを向上させることがわかった。

キーワード：消費者の異質性、ブランド力の衰退、ブランドドックモデル、階層化ベイズ推定、M-Hアルゴリズム

Abstract

In this paper, the author proposed a model which measures brands power using Hierarchical Bayes Estimation and MCMC method and verified validity of taking a consumer's heterogeneity into consideration, and measured brands power. It turned out that the model which took a consumer's heterogeneity into consideration not only enriched amount of information, but also that the mode which took a consumer's heterogeneity into consideration improved a fit to data considerably compared with Multinomial Logit Model using Maximum Likelihood Estimation and the model which took some periods into consideration improved a fit to data compared with the model which did not.

Keywords : a consumer's heterogeneity, decline of a brand power , Brand-dock model, Hierarchical Bayes Estimation, M-H algorism

目次

第1章 序章.....	5
第2章 先行研究.....	7
2-1 ブランド衰退に関する先行研究	7
2-2 消費者の異質性に関する先行研究.....	8
第3章 モデル	10
3-1 ロジットモデル.....	10
3-2 ベイジアンアプローチ	10
3-3 ブランドドックモデル.....	13
第4章 実証分析.....	15
4-1 データ	15
4-2. モデル比較.....	18
4-2-1 多項ロジットモデルとブランドドックモデル.....	18
4-2-2 データフィット	23
4-3 個人別パラメータの活用	25
4-4 ブランド力の変化計測.....	26
4-4-1 理論シェア計測	26
4-3-2 ブランド力計測.....	29
第五章 まとめ	31

第1章 序章

アメリカマーケティング協会の定義によると、ブランドとは「ある売り手あるいは売り手の集団の製品及びサービスを識別し、競合相手の製品及びサービスと差別化することを意図した名称、言葉、サイン、シンボル、デザイン、あるいはその組み合わせ」のことである。つまりブランドとは商品に付加価値を与えるものであると言える。現在、市場においては様々な企業が自社にとって商品以上の付加価値を求めて、毎年様々なブランドを市場に投入している。しかし多くの新ブランドが誕生している一方で、付加価値を与え続けるブランドとして残るものは極めて少ない。有名なブランドでさえも数年のうちに消滅してしまうケースも見られる。シャンプーの「ティモテ」が現在ドラッグストアで見られることはないし、スポーツ飲料の「ポストウォーター」が現在コンビニエンスストアの棚に陳列されていることはない。マーケティング研究では「ブランド成長」のように正の側面がしきりに強調されるが、ブランドの成長が存在する影でブランドの衰退やさらにはブランドの死が存在しているのである。パワーブランドとして生き残ることができるブランドの数を考えると、成長するブランド以上に衰退していくブランドが多いのではないかと考えられる。このことから、企業にとって自社ブランドの危機を正確に把握することはブランド戦略の方向性を定める上で非常に重要なことであると考えられる。そのために、ブランド力の変化をより正確に測定し、現在の健康状態を把握できるマーケティング数理モデルを構築することは非常に意義のあることである。

またこの10年、マーケティング研究においては消費者の異質性を考慮したモデルを構築することが重視されてきた。このようなモデルの構築はワンツーワンマーケティングの必要性を感じた実務側からの要求であったと言える。アマゾンのホームページでは消費者の買い物かごの履歴を基に「おすすめ商品」が表示され、TSUTAYAのメールマガジンでは消費者のレンタル履歴を基に消費者を満足させるようなエンターテイメント情報が送られてくる。これらの事例に見られるように、近年の情報技術の発展により消費者の価値観の多様化が進む一方でマーケティング意思決定に有用な個人のデータ量も膨らみ、マーケティング情報の処理が非常に複雑になってきた。テクノロジーの進化による計算スピードの向上が、この複雑な情報の処理を可能にしつつある。このような時代のマーケティング数理モデルの構築に、もはや消費者の異質性を無視することはできない。

本稿の目的は消費者の異質性を考慮した上でブランド力の衰退に注目してその変化を計測するモデルを構築することである。具体的にはロジットモデルを基礎とし、MCMC法を用いた階層化ベイズ推定により消費者の異質性を考慮してより精度の高い計測が可能なモデルの構築を試みる。人間が人間ドックで健康状態を把握するように、ブランドの健康状態を把握するという意味で、本稿ではこのモデルをブランドドックモデルと呼ぶ。

本稿の具体的な内容は以下の通りである。第2章ではブランドの衰退についての先行研究と消費者の異質性についての先行研究を紹介する。第3章ではブランドドックモデルの

概要と階層化ベイズ推定の具体的なプロシジャについて説明する。第 4 章ではスキャナーデータを用いて消費者の異質性を考慮し、期別にパラメータを推定することモデルが従来の最尤推定を用いた多項ロジットモデルと比較してデータへのフィットを向上させることを検証し、個人別パラメータの活用について議論する。さらに実際にブランドドックモデルによるブランド力の変化を計測していく。

第2章 先行研究

2-1 ブランド衰退に関する先行研究

ブランドの成長やパワーブランドなどブランドがもたらす正の側面に注目した研究は多いが、一方でブランドの衰退や弱小ブランドといった負の側面に注目した研究は極めて少ない¹。しかし市場に溢れるブランドの多くは弱小ブランドであり、人の目に触れることなく衰退の危機を迎えている。ブランドの負の側面に注目した研究としては、以下の2つが挙げられる。

1) ブランドの健康状態に注目した研究。

文献[16]はスキャナーパネルデータを用いてブランドの健康状態について以下の3つの指標を提案している。

①PAS(現在のブランド力である値引き調整済みシェア)

すべてのブランドが値引きなしで売られた場合のシェアである。具体的にはロジットモデルを用い、値引き効果を除去したものから理論シェアを算出している²。

②NCR(将来のブランド力向上要因である新規顧客率)

今期の当該ブランド顧客のうち、今期初めて顧客に加わった人の比率である。

③CDR(将来のブランド力低下要因である顧客離脱率)

前期顧客のうち、今期当該ブランドの顧客でなくなると判断された人の比率である。新規顧客とは異なり、目で見ることが困難なため前2期の購買状況を前提に今期の購買状況がどの程度起こりうるかを求め、その程度が低い時に顧客離脱と判断している³。

これらの3つの指標を用い、文献[15]は味の素マーガリン「マリーナ」、花王「アタック」、ネスカフェ「ゴールドブレンド」の購買データに適用し、「マリーナ」の凋落と「ゴールドブレンド」の成長を説明している⁴。

2) 弱小ブランドとブランドロイヤルティに注目した研究。

文献[6]では「弱小ブランドは購入者が少ないだけでなく、そのブランドを購入しているものの顧客ロイヤルティも低い」とし、コロンビア大学の社会学者が提案した **double**

¹ 文献[16]では1987年から1991年の4年間でマーケットシェアトップ10ブランドのうち衣料洗剤では9つが、シャンプーでは6つがトップ10から消えていることを報告している。

² 文献[16]で使用されたロジットモデルは「クラスター化をともなうロジットモデル」と触れられており、完全に異質性を考慮しているとは言えない。モデルの詳細は文献[16]を参照のこと。

³ 文献[16]ではCDRが0.3以上を超えると12ヵ月後のPASが下降するという事実が報告されている。

⁴ この3ブランドの実証部分を見ると、ブランド力を持つものはすべてPASの傾きと正の相関があったと言える。

jeopardy の現象(以下 DJ とする)をマーケティングに適用している。この文献では DJ 現象がアメリカのインスタントコーヒー市場、メディア、航空燃料市場で見られることを説明し、マーケティングにおいて DJ が存在することを示した。さらに、DJ を予測するモデルとして単純な確率計算を行うモデル、 $w(1-b)$ モデル、ディリシュレモデルの3つのモデルを紹介し、 $w(1-b)$ モデルとディリシュレモデルについては予測値と観測値の相関が高いことを示した。また実務家へのインプリケーションとして、「ブランド浸透型の戦略」、「DJ 分析による新ブランド計画の有用な情報」、「ニッチブランドにおける DJ の存在」、「理論値と予測値の小さなずれに注目することの有用性」について議論している。

2-2 消費者の異質性に関する先行研究

消費者の異質性を考慮するモデルとして最もナイーブなモデルは個人のデータごとにモデルを当てはめてパラメータを推定していくモデルである。シンプルでわかりやすいモデルであるが、大抵の場合において個人ごとに集められるデータは十分な量ではないため推定が不可能であるか、可能であっても小標本のために信頼性に欠ける。この問題を克服するためにパラメータに分布を仮定し、推定するモデルが用いられる。分布の仮定は大きく分けて以下の2つのタイプがある。

1)セグメントごとのパラメータ推定を行うモデル。

消費者の異質性を考慮したモデルの代表的なもののひとつはパラメータに離散的分布を仮定し、パラメータの推定とセグメンテーションを同時に行うモデルである。文献[13]は消費者が各セグメントに帰属する確率とロジットモデルの尤度関数を組み合わせて、セグメンテーションとパラメータ推定を同時に行う *finite mixture model* を提案し、セグメント数を AIC の値によって事後的に決定した。文献[21]は文献[13]のモデルを応用して、ブランドロイヤルティと特売反応に対してアприオリにセグメンテーションを行い、スキャナーデータを用いてロジットモデルのパラメータを最尤推定した。

2)ベイジアンアプローチによる個人別のパラメータ推定を行うモデル。

消費者の異質性を考慮したもうひとつの代表的なモデルとして、セグメントごとにパラメータを推定するのではなく、パラメータに連続的分布を仮定し、個人別にパラメータを推定するモデルが上げられる。文献[27]はデータからロジットモデルの共通のパラメータを最尤推定により点推定し、その値と標準誤差の定数倍をハイパーパラメータとしてパラメータをベイズ推定している⁵。また、対数尤度、ヒットレート、平均確率ヒットレート、残

⁵ この手法は一般的に経験ベイズ推定と呼ばれている。データの重複があるため厳密にはベイジアンアプローチのプロセスを踏んでいない、ハイパーパラメータの標準誤差を考慮していないなどの問題点が指摘されている。

差 MAD の 4 つの指標⁶を用いてモデルのデータへのフィットの向上を確認し、モデルの有効性を検証している。また文献[26]ではプロビットモデルのパラメータを階層化ベイズアプローチで推定している⁷。さらにこのモデルを用い、一律のクーポンを送付した場合と家計ごとの選択確率から世帯ごとの割引率を変えたクーポンを送付した場合の期待収益を算出し、消費者の異質性を考慮することの有効性を実証した。現在、このベイジアンアプローチを用いたモデルは消費者の異質性を考慮する際の主流となっている。

3)消費者の異質性を考慮したモデルの比較

文献[4]と文献[5]はパラメータに関して離散的な分布を仮定するモデルと連続的な分布を仮定するモデルを比較した⁸。これによると、パラメータの推定と予測の精度は両モデルとも高く、データへのフィットは連続的な分布を仮定する方がよかった。但し、サンプルのデータが 3 回ほどと非常に少量の場合は連続的な分布を仮定するモデルの精度は下がるということを指摘した。

⁶ この 4 つの指標についての詳細は第 4 章で触れる。但し、残差 MAD については予測値と実測値の差の絶対値の和の平方であり、今回使用した RMSE とは異なる。

⁷ プロビットモデルに対するベイズ推定には分散共分散行列の 1 行 1 列を固定する、**data augmentation** という手法が使用される。文献[10]では様々な **data augmentation** について比較してある。

⁸ 文献[4]は離散的選択モデル、文献[5]はコンジョイントモデルにおいてこの 2 つのモデルを比較している。

第3章 モデル

3-1 ロジットモデル⁹

ブランド力のモデル化としてマーケティングサイエンスでは1980年以降から「離散的選択モデル」が度々用いられてきた。このモデルは個人 j のブランド i に対する効用を U_{ij} として

$$U_{ij} = V_{ij} + e_{ij}$$

と表す。このモデルは確率的な誤差項に様々な確率分布を仮定することにより集合 C からブランド i が選択される確率

$$P_{ij} = \Pr(U_{ij} > U_{i'j}, J \in C, j \neq J)$$

を求めるものである。計算のしやすさと解釈の容易さのために特によく用いられるモデルとしてロジットモデルがあるが、ロジットモデルは誤差項に第1種極値分布を仮定する。その結果、ロジットモデルにおけるブランド選択確率は

$$P_{ij} = \exp(U_{ij}) / \sum_i \exp(U_{ij})$$

と表される。このブランド選択確率の積である尤度は d_{ij} を消費者 j がブランド i を選択した時に1、そうでない時に0をとるダミー変数として

$$L = \prod_i \prod_j P_{ij}^{d_{ij}}$$

で表すことができる。

3-2 ベイジアンアプローチ

1) ベイズ統計学

古典統計学ではパラメータは真の値が未知である非確率変数として扱われるが、ベイズ統計学ではパラメータに確率変数を仮定し、観測されたデータの下でのパラメータの条件付確率分布である事後分布から統計的推論を行う。データの点から考えると古典統計学はデータが観測の度に变化すると考えるのに対し、ベイズ統計学はデータを固定された値と考える。

事後分布は事前分布と尤度から求めることができる。事前分布とはデータが観測される前に分析者が持つパラメータに関する情報であり、尤度とはパラメータをデータによって関数で表したものである。事後分布からパラメータを推定することをベイズ推定という。

具体的に事後分布は、 β の事前分布を $p(\beta)$ とした時、 β の事後分布はデータが与えられた下での尤度関数 $f(y|\beta)$ を用いてベイズの定理から

⁹ 文献[6]、文献[14]を参考にした。

$$p(\beta|y) = \frac{f(y|\beta)p(\beta)}{\int f(y|\beta)p(\beta)d\beta}$$

と表すことができる。ロジットモデルにおいては、パラメータ β の事前分布は

$$\beta \sim N(\mu_\beta, \delta_\beta) : \text{正規分布}$$

である。パラメータ β はさらに正規分布の平均パラメータ μ_β と分散パラメータ δ_β に依存するため、 μ_β と δ_β をハイパーパラメータと呼ぶ。

2) 階層化ベイズ推定¹⁰

ハイパーパラメータについてもベイズ推定するという 2 段階の推定を行うベイズ推定が階層化ベイズ推定である。上で示した各ハイパーパラメータの事前分布は

$$\mu_\beta \sim N(\mu_0, \delta_0) : \text{正規分布}$$

$$\delta_\beta \sim IW(\nu_0, \Gamma_0) : \text{逆ウィッシュヤート分布}$$

である。家計 i の β を β_i ($i=1,2,3,\dots,n$) とし、階層化ベイズ推定における事後分布はそれぞれのパラメータ ($\beta_i, \mu_\beta, \delta_\beta$) について他の 2 つのパラメータが与えられた下で推定を行う。

つまり β_i, δ_β が与えられた下で μ_β を推定し、(β_i, μ_β) が与えられた下で δ_β を推定し、(μ_β, δ_β) が与えられた下で β_i を推定するというステップを推定値が収束するまで繰り返す。

それぞれのパラメータの事後分布は以下の通りである。

$$\textcircled{1} \mu_\beta \leftarrow (\delta_\beta, \beta_i)$$

$$p(\mu_\beta | \beta_i, \delta_\beta) \propto f(\beta_i | \mu_\beta, \delta_\beta) N(\mu_\beta | \mu_0, \delta_0)$$

から μ_β の事後分布は

$$\mu_\beta \sim N(\mu_n, \delta_n)$$

となる。

$\bar{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \beta_i$ とすると、正規分布のパラメータ (μ_n, δ_n) はそれぞれ

$$\mu_n = (\delta_0^{-1} + n\delta_\beta^{-1})^{-1} (\delta_0^{-1}\mu_0 + n\delta_\beta^{-1}\bar{\beta})$$

$$\delta_n = \delta_0^{-1} + n\delta_\beta^{-1}$$

と表せる。

$$\textcircled{2} \delta_\beta \leftarrow (\mu_\beta, \beta_i)$$

$$p(\delta_\beta | \beta_i, \mu_\beta) \propto f(\beta_i | \mu_\beta, \delta_\beta) IW(\delta_\beta | \nu_0, \Gamma_0)$$

¹⁰ 文献[2]より引用。

から

$$\delta_\beta \sim IW(\nu_n, \Gamma_n)$$

となる。

$S = \sum_{i=1}^n (\beta_i - \mu_\beta)(\beta_i - \mu_\beta)^{-1}$ とすると、逆ウィッシュヤート分布のパラメータ (ν_n, Γ_n) はそれぞれ

れ

$$\nu_n = \nu_0 + n$$

$$\Gamma_n = \Gamma_0 + S$$

と表せる。

$$\textcircled{3} \beta_i \leftarrow (\mu_\beta, \delta_\beta)$$

$$p(\beta_i | y) \propto f(y | \beta_i) N(\beta_i | \mu_\beta, \delta_\beta)$$

となる。この時、ハイパーパラメータの μ_β と δ_β の事後分布は尤度関数に対して共役¹¹な事前分布を持つが、 β_i の事前分布は尤度関数に対して共役ではないため、事後分布の計算が困難である。そのような場合には **M-H** アルゴリズムを使用して β_i を数値的に発生させることができる。

3) **M-H** アルゴリズム¹²

β_i の事後分布は尤度関数に対して共役ではないが、**MCMC** 法のひとつである **M-H** アルゴリズムによって β_i を事後分布から数値的に発生させることができる。

M-H アルゴリズムは β_i の値によるデータのフィットを考慮して r 回目にサンプリングされた β と $r-1$ 回目に推定された β_i のデータへのフィットは事後確率と推移核との積の比、

$$\alpha(\beta_i^{(r-1)}, \tilde{\beta}_i) = \min \left\{ \frac{p(\tilde{\beta}_i) q(\tilde{\beta}_i, \beta_i^{(r-1)})}{p(\beta_i^{(r-1)}) q(\beta_i^{(r-1)}, \tilde{\beta}_i)}, 1 \right\}$$

で評価できる。このとき q は推移核を表す関数で β に酔歩過程を仮定すると

$$\tilde{\beta}_i = \beta_i^{(r-1)} + \rho, \quad \rho \sim N(0, kV_\beta), \quad k > 0$$

と表すことができる。 k は正の数をとるスケーリングパラメータで **M-H** アルゴリズム収束の速さをコントロールする。酔歩過程を仮定すると推移核は

$$q(\beta_i^{(r-1)}, \tilde{\beta}_i) = q(\tilde{\beta}_i, \beta_i^{(r-1)})$$

¹¹ 分布が共役とは尤度関数に対して事前分布と事後分布が同じ分布族に属するということである。分布族としては様々あるが、正規分布やウィッシュヤート分布のような指数方の分布を持つ指数分布族が存在することを知られている。詳しくは文献[23]、文献[29]を参照のこと。

¹² 文献[23]、文献[30]を参考にした。

となり、結局 α は

$$\alpha(\beta_i^{(r-1)}, \tilde{\beta}_i) = \min \left\{ \frac{p(\tilde{\beta}_i)}{p(\beta_i^{(r-1)})}, 1 \right\} = \min \left\{ \frac{f(y | \tilde{\beta}_i) N(\tilde{\beta}_i | \mu_\beta, \delta_\beta)}{f(y | \beta_i^{(r-1)}) N(\beta_i^{(r-1)} | \mu_\beta, \delta_\beta)}, 1 \right\}$$

となる。

新しくサンプリングされた $\tilde{\beta}_i$ の採用と棄却は区間 (0, 1) から一様分布乱数

$$\tilde{u} \leftarrow U(0,1)$$

を発生させ、

$$\begin{cases} \tilde{u} > \alpha(\tilde{\theta}, \theta^{(r-1)}) \Rightarrow \beta_i^{(r)} = \beta_i^{(r-1)} \\ \tilde{u} \leq \alpha(\tilde{\theta}, \theta^{(r-1)}) \Rightarrow \beta_i^{(r)} = \tilde{\beta}_i \end{cases}$$

とする。

3-3 ブランドドックモデル

1)モデル構成

ブランドドックモデルではブランド力を消費者の異質性を考慮した上で計測する。そのためのモデルはロジットモデルとベイズ推定の 2 つの要素からなる。ブランドドックモデルにおける効用関数は価格変数 (price)、プロモーション変数(promotion)の線形結合として

$$U_{kij} = \beta 1_{kj} * price_{kij} + \beta 2_{kj} * promotion_{kij} + \alpha_{kij}$$

と表す。この際に推定すべきパラメータは

$\beta 1_{kj}$: 価格に対する第 k 期の個人 j の係数

$\beta 2_{kj}$: プロモーションに対する第 k 期の個人 j の係数

α_{kij} : ブランド i に対する第 k 期の個人 j のブランド固有定数

である。

今回のモデルでは、期別にブランド力がどのように変化しているかを計測することが目的である。各期のブランド選択確率を集計することによって理論的なマーケットシェアを算出することができるが、これをそのままブランド力とすることはできない。確かにブランド力が下がると遅かれ早かれマーケットシェアが下がることが予測できるが、マーケットシェアはマーケティング変数によって需要が下支えされているケースもあり、マーケットシェアとブランド力は長期的には一致するものの、短い期間内では企業の短期戦略のため一致しないことがある。例えば価格の値下げは短期的に売上を伸ばすことができるが、長期的には消費者にとってブランドのプレミア感を損ねることがある。またプロモーション活動による売上増加は、単に需要の先食い¹³を起こしているだけであることがある。

¹³ 需要の先食いについては文献[20]に詳しい。

具体的にブランド力はパラメータを算出した後、価格効果とプロモーション効果を値引き、各期のブランド固有定数の家計ごとの平均と定義する。その他のマーケティング変数が一定の下でシェアが下がってしまうブランドはブランド力が下がっていると考えることができる。これを期別に集計することでブランド力の変化を計測することができる。そのために、ブランドドックモデルにおいては期別に異なるパラメータを推定する必要がある。

本稿では a_{kij} に対して、期別にダミー変数を用いるモデルと家計をさらに期別に分けて期別に異なるパラメータを推定する 2 つのモデルを提案する。この 2 つのモデルの比較については第 4 章で述べる。

2) 推定方法

この効用関数 U_{kij} をもとに尤度関数を作成し、ベイジアンアプローチによって個人別パラメータを推定する。ブランド固有定数に対しては任意の 1 つブランドの固有定数を 0 に固定し、観測ブランド数より 1 つ少ないパラメータを相対的に推定する。MCMC 法で n 回サンプリングされた数値は、尤度が収束したと見られる m 回までを burn in として捨て、その後の反復計算で得られたランダムサンプルの平均値

$$\bar{\beta} = \frac{1}{n-m} \sum_{t=m+1}^n \beta_t$$

をパラメータの値とする。

第4章 実証分析

4-1 データ

1) データ概要

使用したデータは50家計、105週において594回の購買機会が得られたスキャナーデータである。各家計とも105週を通じて何らかのブランドを6回以上購買しており、一度の購買機会では1ブランドしか購買されていない。対象となったブランドは12ブランドであり、それ以外のブランドを購入した場合はその他としてブランド13にまとめた。

2) 観測変数

① 価格

ブランド i の t 週目における価格掛け率。定価を1とした時の販売時の値段。

② 店頭プロモーションダミー変数

ブランド i について t 週目にプロモーションが行われたかどうかを表すダミー変数(行われれば1、行われなければ0)。

③ ブランド選択ダミー変数

消費者 j が t 週目にブランド i を選択したかどうかを表すダミー変数(選択されれば1、選択されなければ0)。

3) 単純集計

① 通期ブランドシェア

表1は期間中に当該ブランドが購入された回数を全購買機会594で割ったものである。最も高いシェアを持ったものはブランド1であった。

表 1 各ブランドの購買ベースシェア

	通期シェア	価格掛け率平均
Brand1	0.32323	0.4681
Brand2	0.21717	0.4127
Brand3	0.08754	0.2829
Brand4	0.05387	0.2260
Brand5	0.07407	0.2621
Brand6	0.07071	0.2566
Brand7	0.02525	0.1570
Brand8	0.01684	0.1288
Brand9	0.01178	0.1080
Brand10	0.01347	0.1154
Brand11	0.00842	0.0914
Brand12	0.03030	0.1716
Brand13	0.06734	0.2508

②通期価格掛け率

表 2 は定価の値段を 1 とした時のブランド購買時の値段の割合である価格掛け率を全購買機会で割った。ブランド 13 については全ブランドの価格掛け率の平均値を入れた。シェアが高いものほど価格掛け率が低いことがわかる。

表 2 各ブランドの価格掛け率

	価格掛け 率平均	価格掛け 率標準偏 差
Brand1	0.652	0.1400
Brand2	0.732	0.1649
Brand3	0.818	0.1785
Brand4	0.770	0.2386
Brand5	0.846	0.1787
Brand6	0.824	0.1608
Brand7	0.878	0.1936
Brand8	0.926	0.1334
Brand9	0.936	0.1367
Brand10	0.971	0.0842
Brand11	0.960	0.1030
Brand12	0.991	0.0460
Brand13	0.684	0.0000

③通期プロモーション

表 3 は期間中に行われたインスタプロモーションの回数を全購買機会で割ったものである。ブランド 13 についてはインスタプロモーションを行っていないので 0 とした。シェアの高いブランドほどプロモーションの回数が多いことがわかる。

表3 各ブランドのインスタプロモーション

	プロモーション平均	プロモーション標準偏差
Brand1	0.2828	0.451
Brand2	0.2155	0.412
Brand3	0.0673	0.251
Brand4	0.2323	0.423
Brand5	0.1061	0.308
Brand6	0.2323	0.423
Brand7	0.1465	0.354
Brand8	0.1397	0.347
Brand9	0.1347	0.342
Brand10	0.0825	0.275
Brand11	0.0168	0.129
Brand12	0.0000	0.000
Brand13	0.0000	0.000

4-2. モデル比較

洗剤のスカナーデータを用いて最尤推定によるロジットモデルと階層化ベイズ推定によるロジットモデルを比較した。ブランド固有定数に対しては両モデルともブランド13を0に固定した。またブランド固有定数に対する期別の効果は省いた上でパラメータを推定した。使用した統計パッケージはR言語¹⁴である。

4-2-1 多項ロジットモデルとブランドドックモデル

1) 多項ロジットモデル

比較対象である多項ロジットモデルは全消費者について均一なパラメータを仮定し、ロジットモデルの対数尤度を準ニュートン法で最大化してパラメータを推定した。パラメータの仮説検定に関しては最適化関数の副産物であるヘッセ行列を-1倍したフィッシャーの情報行列の逆行列の対角項の平方根を標準誤差とし、それを推定値で除したものをt値として自由度(サンプル数-パラメータ数-1)のt分布を用いて検定した¹⁵。

¹⁴ R Development Core Team (2004). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>.

¹⁵ 多項ロジットモデルの最尤推定に関しては文献[9]を参照のこと。

表4は多項ロジットモデルのパラメータについての詳細である。表中の Price は価格に対するパラメータで効用と負の相関を持ち、Promotion はプロモーションに関するパラメータで効用と正の相関を持った。価格に対するパラメータは1%水準で、プロモーションに関するパラメータは5%水準でともに有意であった。BRAND1～12はブランド固有定数を表し、これが最も高いものはブランド1で、最も低いものはブランド8であった。

表4 最尤推定によるパラメータ

	推定値	標準誤差	t 値	p 値
Price	-7.605	0.651	-11.684	8.69E-28
Promotion	0.532	0.203	2.615	1.33E-02
BRAND1	1.243	0.204	6.101	5.68E-09
BRAND2	1.143	0.229	4.991	1.98E-06
BRAND3	0.757	0.277	2.737	9.60E-03
BRAND4	-1.535	0.305	-5.041	1.55E-06
BRAND5	0.380	0.388	0.979	2.47E-01
BRAND6	0.799	0.276	2.898	6.13E-03
BRAND7	-1.387	0.379	-3.661	5.23E-04
BRAND8	-9.617	67.921	-0.142	3.95E-01
BRAND9	-0.209	0.553	-0.378	3.71E-01
BRAND10	-0.116	0.437	-0.266	3.85E-01
BRAND11	-0.231	0.510	-0.453	3.60E-01
BRAND12	0.365	0.518	0.704	3.11E-01

2) ブランドドックモデル

ブランドドックモデルについてはモデルⅠ(時間の効果を考慮しないモデル)、モデルⅡ(時間の効果を考慮し、各期において別々にパラメータを推定するモデル)、モデルⅢ(時間の効果をダミー変数によってコントロールするモデル)の3つのモデルを比較する。

・モデルⅠ

モデルⅠは50家計の購買データを時間を考慮せずに階層化ベイズ推定するモデルである。このモデルは後述する内挿テスト¹⁶であるデータへのフィットの比較の際に基準となる。効用関数は

¹⁶ 内挿テストの他に外挿テストも行うべきであるが、期別にデータを集計した場合データが少量になってしまうために行わない。外挿テストによる予測精度の比較は今後の課題とする。

$$U_{ij} = \beta 1_j * price_{ij} + \beta 2_j * promotion_{ij} + \alpha_{ij}$$

として表すことができる。

・モデルⅡ

モデルⅡは期別の購買データを別のデータとして、それぞれにパラメータ推定を行うモデルである。階層化ベイズ推定を用いると、家計の購買データを期別に集計し、別家計とした上でパラメータの推定を行うことができる。効用関数はk期ごとにデータを集計して

$$U_{kij} = \beta 1_{kj} * price_{kij} + \beta 2_{kj} * promotion_{kij} + \alpha_{kij}$$

と表す。

・モデルⅢ

モデルⅢはブランド固有定数 α_{kij} に対して、 T_k を第k期を示すダミー変数とし、 λ_k をそれに対するパラメータとして

$$\alpha_{kij} = \sum_{k=1}^{t-1} \lambda_{kij} * T_k + c_{ij}$$

とするモデルである。モデルⅡとは異なり、価格とプロモーションに対するパラメータは全期共通としている。つまり効用関数は

$$U_{ij} = \beta 1_j * price_{ij} + \beta 2_j * promotion_{ij} + \sum_{k=1}^{t-1} \lambda_{kij} * T_k + c_{ij}$$

と表す。

また、モデルⅡとモデルⅢについては全データを何期に分けるかという問題¹⁷があるが、今回はデータの量を勘案して前期（第1週目から第58週目）と後期（第59週目から第105週目）に分けた。

①burn in と採用率

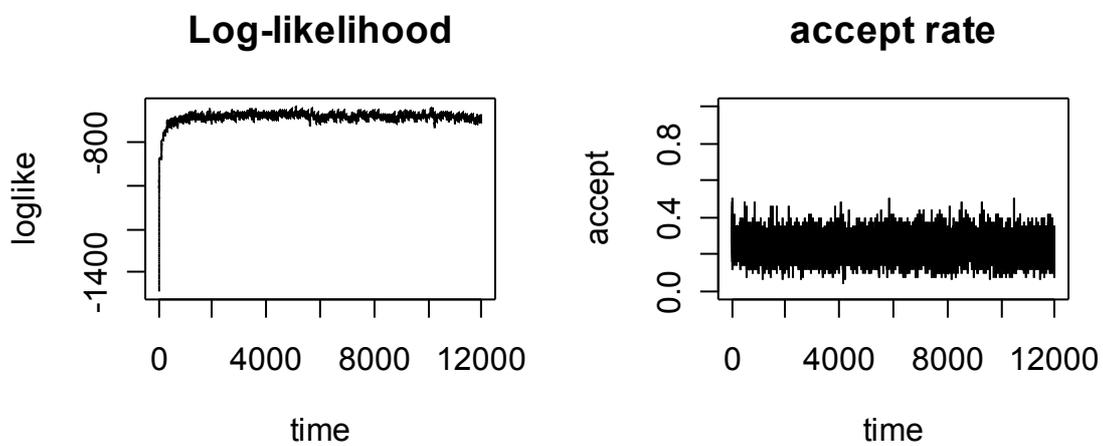
図1は3つのモデルのMCMC サンプリングを行った際の対数尤度(右)と採用率(左)である。これら3つのモデルとも収束したと見られる最初の2千個のランダムサンプルを burn in として捨て、残りの1万個のランダムサンプルをパラメータ推定に用いた。M-H アルゴリズムの採用率はどのモデルも平均して2から3割程度であった¹⁸

¹⁷ 文献[22]は階層化ベイズ推定においてはサンプルが少量である場合、オーバーフィッティングを起こす可能性があることを指摘している。今回はデータ量の問題から2期以上に分けることができなかった。

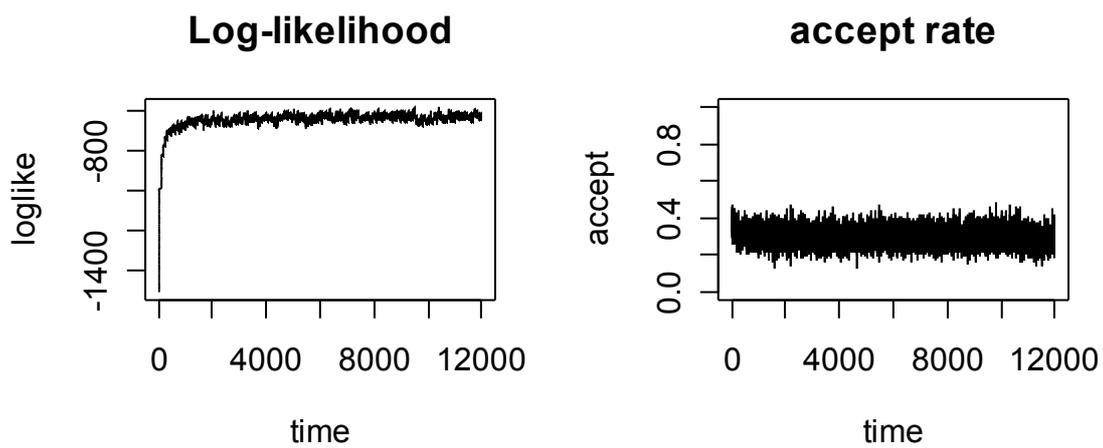
¹⁸ 文献[7]によると採用率は3割の時が最も収束が早い。

図 1 MCMC サンプルング詳細

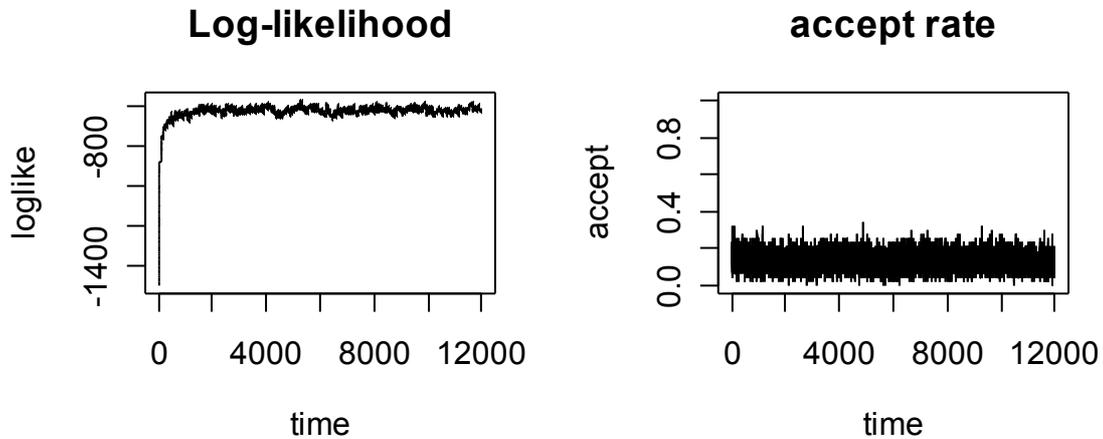
モデル I の MCMC サンプルング詳細



モデル II の MCMC サンプルング詳細



モデルⅢの MCMC サンプルング詳細



②パラメータ

表 5 は burn in 後のパラメータの全家計の平均と標準偏差を示したものである。表 4 と同様に Price は価格に対するパラメータ、Promotion はプロモーションに対するパラメータ、BRAND 1～13 はブランド固有定数を表す。また、2.BRAND1～13 はモデルⅢにおける 1 期目を表すダミー変数に対するパラメータである。価格やプロモーションに対するパラメータに関しては多項ロジットモデルと同じ傾向が見られる。ブランド固有定数に関してはアタックが最も高く、最も低いものに関してはモデルごとによって差があるが、低いものに関してはどのモデルも共通性が見られる。また、多項ロジットモデルでは最も低かったザブのブランド固有定数はブランドドックモデルにおいてはどのモデルにおいても平均程度であった。パラメータの仮説検定についてはモデルを比較した後に述べる。

表5 各モデルのパラメータ

	モデルⅠ		モデルⅡ		モデルⅢ	
	平均	標準偏差	平均	標準偏差	平均	標準偏差
Price	-8.904	1.384	-9.5587	0.910	-9.906	0.906
Promotion	0.493	0.696	0.6250	0.680	0.617	0.932
BRAND1	1.744	2.165	1.4015	1.581	1.467	1.672
BRAND2	1.796	1.502	1.5692	0.860	1.643	1.788
BRAND3	0.7130	2.323	0.6694	1.571	0.709	1.779
BRAND4	-2.444	1.599	-4.1938	2.591	-1.472	1.620
BRAND5	1.045	2.258	0.7553	1.473	0.815	1.941
BRAND6	0.7010	1.508	0.0171	1.287	-0.483	1.186
BRAND7	-2.558	1.582	-4.2811	2.381	-1.733	1.782
BRAND8	-0.180	2.114	-0.4279	0.836	0.382	1.374
BRAND9	-1.043	2.219	-2.2645	2.508	-1.749	1.682
BRAND10	-1.641	1.084	-1.2140	0.724	-0.601	0.802
BRAND11	-1.651	1.009	-2.3514	0.987	0.140	0.996
BRAND12	-2.317	1.767	-2.0387	2.496	-0.264	1.971
2.BRAND1	NA	NA	NA	NA	-0.291	1.186
2.BRAND2	NA	NA	NA	NA	-2.396	1.088
2.BRAND3	NA	NA	NA	NA	-0.888	0.840
2.BRAND4	NA	NA	NA	NA	0.979	1.394
2.BRAND5	NA	NA	NA	NA	-2.366	0.687
2.BRAND6	NA	NA	NA	NA	-3.816	0.506
2.BRAND7	NA	NA	NA	NA	-1.439	1.253
2.BRAND8	NA	NA	NA	NA	-3.606	1.097
2.BRAND9	NA	NA	NA	NA	-1.411	0.783
2.BRAND10	NA	NA	NA	NA	-3.620	0.854
2.BRAND11	NA	NA	NA	NA	1.793	0.357
2.BRAND12	NA	NA	NA	NA	-1.707	0.779

4-2-2 データフィット

105週分の全データを用いてパラメータの推定を行い、実際のデータにモデルがどれだけフィットするかを 1)対数尤度、2)ヒットレート、3)平均確率ヒットレート、4)RMSE の 4つの指標で比較した。指標 1)、2)、3)の値が高く、指標 4)の値が低いほどデータへのフィ

ットを向上させていると言える。

1)対数尤度

ロジットモデルによって導き出される尤度

$$L = \prod_j \prod_i P_{ij}^{d_{ij}}$$

を対数変換したものの¹⁹。

2)ヒットレート

最も高い選択確率を持つブランドが、実際に選択された割合。

3)平均確率ヒットレート²⁰

実際に購買されたブランドのブランド選択確率の平均。

4)RMSE (ルート平均 2 乗誤差)

実際の購買データ d と推定パラメータを用いた選択確率 p との差

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_i - p_i)^2}$$

表 6 は上記の 4 つの指標を比較した結果である。すべての指標において階層化ベイズ推定を用いた方がブランドドックモデルが最尤推定を用いた多項ロジットモデルを上回っており、またその差からいずれのブランドドックモデルもデータへのフィットをかなり向上させていることがわかる。またブランドドックモデルの 3 つのモデルにおいては、モデル II のヒットレートが 0.9 を超えており、極めて高い。前述したようにモデル I を基準に考えると、モデル II が RMSE 以外のすべての指標において上回り、モデル III は対数尤度のみ上回っている。この結果からモデル II が最もデータへのフィットを向上させていると考え、これをブランド力の変化測定のためのモデルとして採用する。

¹⁹ 文献[27]ではこの指標は実際に購買されたにもかかわらず低い選択確率だったものに対して強いペナルティを課すとしている。

²⁰ 文献[27]では指標 2)は選択確率を相対的に見るため、実際の選択確率の大きさを考慮して比較できないため指標 3)を提案している。

表 6 データフィット比較

指標	多項ロジット	モデル I	モデル II	モデル III
対数尤度	-1041.640	-683.220	-636.455	-622.857
ヒットレート	0.372	0.645	0.906	0.566
平均確率ヒットレート	0.155	0.433	0.637	0.418
RMSE	0.242	0.195	0.238	0.215

4-3 個人別パラメータの活用

ブランドドックモデルは階層化ベイズ推定を用いて家計別のパラメータを推定している。家計別のパラメータに関する統計的な検定を行い、各家計がどのような属性を持っているのかを知ることはマーケティングにおいて非常に有益である。紙面に限りがあるので本稿ではすべての家計に対し統計的な検定を行わず、全家計からランダムに 2 つの家計を抽出しパラメータに関する検定を行った。

表 7 は得られた 50 家計の中からランダムに抽出した家計 15 の前期と後期のパラメータと家計 39 と後期のパラメータに関して 95% HPD 区間²¹において検定を行った結果である。古典統計学と異なり、ベイズ統計学においてはパラメータの仮説検定は最高確率密度区間であるに HPD 区間に 0 を含むかどうかで検定される。家計 15 は価格感度が高く、ブランド 1 と 2 に対して比較的高い魅力を感じている。一方でプロモーション感度については有意ではなく、重視していないことがわかる。また前期と後期においてブランド 6 に対する魅力がやや上昇しているものの、価格感度、プロモーション感度、ブランドへの魅力ともにほとんど変化が見られない。家計 39 は価格感度、プロモーション感度については家計 15 と同じ傾向を持つが、ブランド 1 とブランド 5 に対して高い魅力を感じている。また前期と後期では価格感度、プロモーション感度に変化はそれほど見られないものの、ブランド固有定数を見ると、ブランド 6、9、12 については魅力を感じなくなっているのに対して、ブランド 4、7 については逆に魅力が上昇している。家計 39 は家計 15 と比較すると前期と後期でブランド固有定数に変化が見られ、どのブランドに対してもそれほどロイヤルティを持たない家計である可能性が考えられる。

このようにパラメータを検定し、分析することによって、消費者の属性が見えることが階層化ベイズ推定を用いることの利点である。

²¹ HPD 区間とは $100(1-\alpha)$ パーセント信用区間のことで、分布における信用区間のうち最も短く、事後モードを含み、区間の両端における事後密度が等しくなる区間のことを言う。

表7 ランダムサンプルした家計のパラメータ

	家計 15 前期				家計 15 後期			
	平均	標準偏差	2.5%	97.5%	平均	標準偏差	2.5%	97.5%
Price	-10.4406	1.86	-14.083	-6.80	-10.655	1.96	-14.488	-6.82
promotion	0.9437	1.34	-1.690	3.58	1.1569	1.29	-1.364	3.68
BRAND1	3.7483	1.67	0.479	7.02	3.8536	1.78	0.358	7.35
BRAND2	1.8041	1.59	-1.313	4.92	1.5916	1.61	-1.555	4.74
BRAND3	0.8886	2.16	-3.339	5.12	0.9536	2.37	-3.686	5.59
BRAND4	-4.4455	3.46	-11.229	2.34	-4.6340	3.50	-11.495	2.23
BRAND5	1.1130	1.97	-2.748	4.97	1.2781	2.41	-3.439	6.00
BRAND6	0.0381	2.02	-3.928	4.00	0.4342	1.98	-3.451	4.32
BRAND7	-4.8171	3.67	-12.013	2.38	-4.7928	3.68	-12.010	2.42
BRAND8	0.0408	2.04	-3.967	4.05	0.0554	2.26	-4.373	4.48
BRAND9	-1.8717	3.18	-8.099	4.36	-1.5695	3.29	-8.009	4.87
BRAND10	-1.3348	2.16	-5.563	2.89	-1.4121	2.27	-5.870	3.05
BRAND11	-3.0966	2.65	-8.281	2.09	-2.7619	2.41	-7.482	1.96
BRAND12	-2.4771	3.84	-10.012	5.06	-2.0936	4.10	-10.122	5.93
	家計 39 前期				家計 39 後期			
Price	-10.3273	2.34	-14.907	-5.75	-10.8932	1.72	-14.266	-7.52
promotion	1.7161	1.36	-0.958	4.39	1.1390	1.42	-1.640	3.92
BRAND1	3.4310	1.62	0.250	6.61	3.8704	1.74	0.469	7.27
BRAND2	1.3203	1.50	-1.621	4.26	1.6465	1.56	-1.407	4.70
BRAND3	1.4205	2.04	-2.578	5.42	1.2860	2.07	-2.776	5.35
BRAND4	-8.2842	3.15	-14.467	-2.10	-4.7023	3.65	-11.853	2.45
BRAND5	2.7982	2.28	-1.677	7.27	2.4641	1.97	-1.404	6.33
BRAND6	3.1529	1.77	-0.307	6.61	0.2568	1.82	-3.307	3.82
BRAND7	-8.2383	3.58	-15.254	-1.22	-4.6847	3.58	-11.705	2.34
BRAND8	0.3997	2.40	-4.303	5.10	-0.1047	2.12	-4.265	4.06
BRAND9	3.5053	2.44	-1.270	8.28	-1.3622	3.14	-7.510	4.79
BRAND10	-0.8298	2.30	-5.346	3.69	-1.3787	2.24	-5.772	3.01
BRAND11	-1.0652	2.05	-5.087	2.96	-2.8849	2.64	-8.052	2.28
BRAND12	0.9842	3.29	-5.460	7.43	-2.7949	3.98	-10.603	5.01

4-4 ブランド力の変化計測

4-4-1 理論シェア計測

図 2 から図 4 はモデル比較によって採用されたブランドドックモデルのモデルⅡによる理論的なマーケットシェアを時系列に表したものである。理論シェアの算出は w 週目、 i をブランド i 、家計 j のブランド選択確率

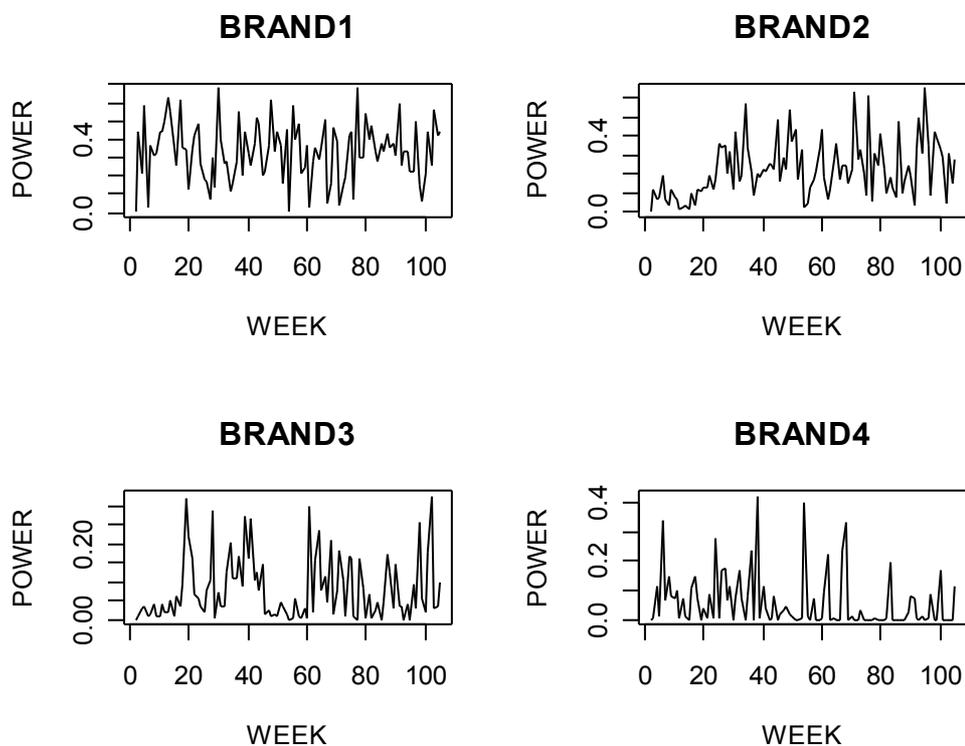
$$P_{wij} = \exp(U_{wij}) / \sum_i \exp(U_{wij})$$

を週ごとに求め、全 50 家計の平均として求めた。モデルⅡによって推定されたパラメータは前期と後期で異なるため、効用 U_{wij} を求める際に前期 58 週目までのデータには前期のパラメータ推定値を、59 週目以降のデータには後期のパラメータ推定値とデータを適用した。以下、上位ブランド（ブランド 1 から 4）、中堅ブランド（ブランド 5 から 8）、下位ブランド（ブランド 9 から 12）として順に見ていく。

1) 上位ブランド

図 2 を見ると上位ブランドの中ではブランド 2 のブランド力上昇が見られる。一方で、ブランド 4 は理論シェアが若干下降している。

図 2 上位ブランドの理論シェアの推移

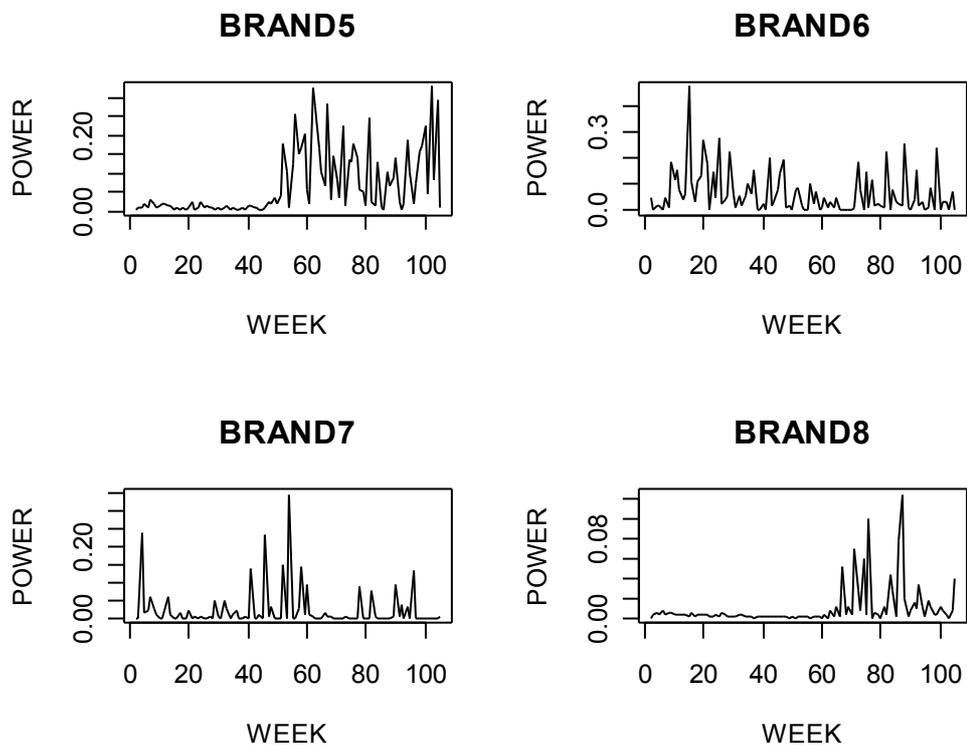


2) 中堅ブランド

図 3 を見るとブランド 5、ブランド 8 の理論シェアの上昇が目立つ。一方でブランド 6 理論シェアは若干下降している。後で述べるが、ブランド 6 のブランド力も前期と後期で

変化が見られた。

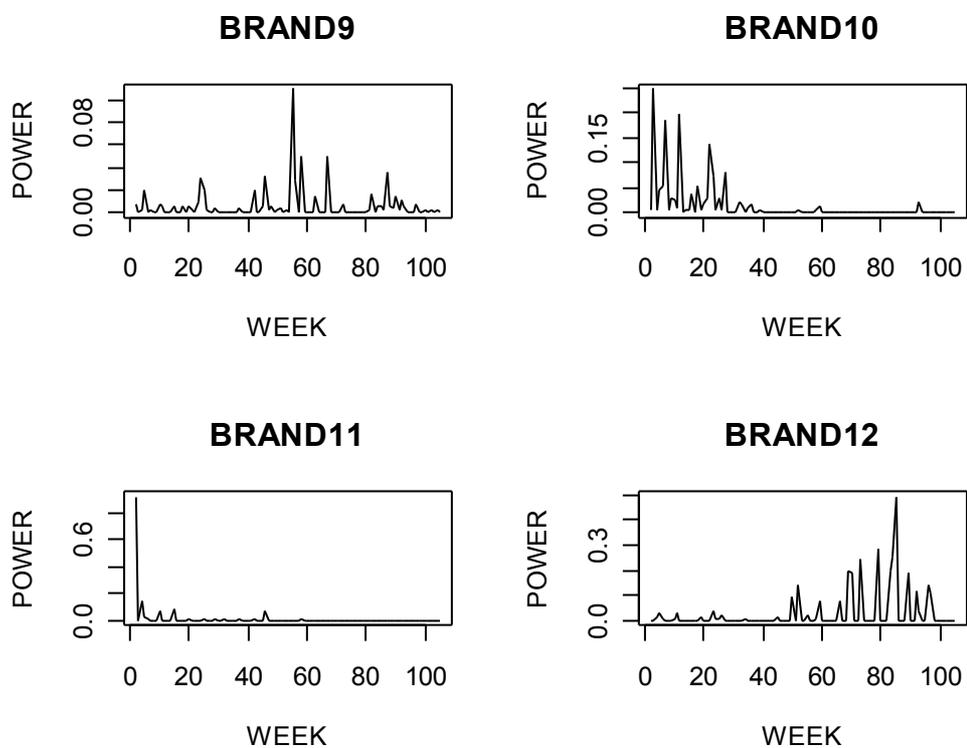
図 3 中堅ブランドの理論シェアの推移



3) 下位ブランド

図 4 の下位ブランドについては理論シェアを測るには購買されたデータが少ないため、信頼性のある計測ができていないとは言えない。特にブランド 12 は数人のロイヤルユーザーの購買による影響を受けてシェアが向上し、ブランド 11 は表 1 を見てわかるように最も購買回数が少ないブランドであり、1 回の購買が理論シェアの変化を大きく振れさせている。これらのブランドの理論シェアの推移やブランド力を計測するためにはもう少し多い購買データが必要である。

図 4 下位ブランドの理論シェアの推移



4-3-2 ブランド力計測

表 8 はモデルⅡを用いてブランド力の変化を計測したものである。ブランド力は第 3 章で述べたように、期別にブランド固有定数を集計してその平均とした。ブランドが衰退していると考えられるのはブランド 1 とブランド 6 である。前述したように、ブランド 6 については理論シェアも下降しており、このブランドは非常に危険な状態にある。

表 8 期別ブランド力

	前期	後期
Brand1	1.537	1.266
Brand2	1.473	1.665
Brand3	0.688	0.651
Brand4	-4.271	-4.116
Brand5	0.758	0.753
Brand6	0.177	-0.142
Brand7	-4.359	-4.204
Brand8	-0.550	-0.306
Brand9	-2.136	-2.393
Brand10	-1.274	-1.154
Brand11	-2.319	-2.384
Brand12	-2.111	-1.967

第五章 まとめ

毎年いくつものブランドが誕生し、その陰でいくつものブランドが消滅している。そしてこれら消滅していくブランドのほとんどが、ブランド論において語られることなしに消えている。この事実を考えるとブランドを成長させる戦略以上に、ブランドを衰退させない戦略がマーケティング戦略においては重要である。本稿で提案したブランドドックモデルはブランドの健康状態を高い精度で計測し、ブランド力がマーケットシェアに影響を及ぼす前にブランドの疾患を早期に発見できるという利点がある。今後の研究方向としては2つの方向が考えられる。ひとつはブランドドックモデルをさらに煮詰めていくことである。例えばブランド選択は過去の購買履歴に依存するという仮定から、自己相関過程をモデルに組み込むことやブランド力の変化そのものに分布を仮定したモデルの構築が考えられる。もうひとつはブランドの衰退の原因についてフォーカスし、なぜブランドが衰退しているのかということ仮説を立てた上で実証することである。例えば顧客とともにブランドが古臭いものになってしまい、魅力がなくなってしまうというブランドエイジング現象の実証やカテゴリーそのものの衰退とブランド衰退の関係性を実証する研究が考えられる。これらを踏まえてブランドの危険度を察知するブランドドックシステムを構築することを今後の課題とする。

さらに本稿ではブランドの力の変化を消費者の異質性に注目して計測した。消費者の異質性を考慮したモデルはデータへのフィットを向上させることから、消費者の異質性を考慮することはマーケティングの数理モデル構築において極めて重要であることがわかった。また消費者の異質性を考慮したモデルの産物としての個人別パラメータが有益な情報を含んでいる可能性についても議論した。携帯電話やインターネットなどの情報技術を利用したワンツーワンで対応できる社会的インフラが整いつつある現在、個人ごとの価格感度やプロモーション感度の情報は非常に有用であると思われるからである。例えば TSUTAYA で行われている携帯電話を利用してのクーポン発行や楽天やデルコンピュータで行われている顧客へのプロモーションダイレクトメールは、低コストでワンツーワンに対応することが可能である。このように情報技術の進展によって、豊富な個人のデータの保存と低コストでの多様な反応が可能になり、実務の世界ではますますデータの有効な活用方法が望まれてきている。

Tomas Bayes が 17 世紀にベイズの定理を生み出して以来、20 世紀後半までベイズ統計学は机上の理論として眠っていたが、科学技術の進歩による計算技術の向上によって多岐にわたる分野に応用され、必要とされるようになった。この傾向は現在のマーケティングサイエンスについても同様である。マーケティングサイエンスはこれまで、マーケティングの実務世界から多少の隔たりがあったように思われる。しかし近い将来、消費者はより多くのメディアからバラエティーに富んだ情報を得、より多種多様なライフスタイルを持つようになることが予測される。一方で科学技術の進展はより膨大なデータの保存を可能

にし、同時により複雑な計算を可能にすることも予測される。その意味で、膨大なデータ量が見込まれる今後はマーケティングサイエンスの実務への活用が期待される。そのニーズに答えるために、マーケティングサイエンスにおいては膨大なデータから市場を正確に映し出し、実務の意思決定に有効活用できるモデルを立てることが必要である。

参考文献

- [1]阿部誠「プロダクト空間を考慮したジョイント・スペース・マップ」,『オペレーションズ・リサーチ』, 48 (10), 719-728, 2003
- [2]阿部誠「消費者行動のモデル化」,『オペレーションズ・リサーチ』, 48 (2), 121-129, 2003
- [3]Albert, J. h. and S. Chib, (1993),”Bayesian analysis of Binary and Polychotomous Response Data”, *Journal of American Statistical Association*, 88, 669-679.
- [4]Andrews, R., A. Ansari, and I. S. Currim, (2002) “An Empirical Comparison of Logit Choice Models with Discrete Versus Continuous Representation of Heterogeneity”, *Journal of Marketing Research*, 39 (4), 479-487.
- [5]Andrews, R., A. Ansari, and I. S. Currim, (2002), “Hierarchical Bayes versus. Finite Mixture Conjoint Analysis Models: A Comparison of Fit, Prediction, and Partworth Recovery”, *Journal of Marketing Research*, 39 (1), 87-98.
- [6]Ehrenberg, S. C., G. J. Goodhardt, and T. P. Barwise, (1990) “Double Jeopardy Revisited” *Journal of Marketing*, 54, 82-91. (邦訳:「弱小ブランドの二重苦再考」(濱岡豊訳)『マーケティングジャーナル』,53号, 58-67, 1994)
- [7]Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S. and Rubin, D. B. (1995) “BAYESIAN DATA ANALYSIS”, Chapman&Hall.
- [8]Guadagni, P. and J. D. C. little (1983), “A Logit Model of Brand Choice Calibrated on Scanner Data”, *Marketing Science*, 2 (3), 203-238.
- [9]濱岡豊「ブランド選択モデル」和合、牧ら編著『経済経営のための統計分析』有斐閣アルマ 2005
- [10]Imai, K. and D. A. van Dyk, (2005)”A Bayesian analysis of the multinomial probit model using marginal data augmentation”, *Journal of Econometrics*, 124, 311-334.
- [11]稲垣宣生『数理統計学』裳華堂 2003
- [12]伊庭幸人『ベイズ統計と統計物理』岩波書店 2003
- [13]Kamakura, W. A. and G. J. Russell (1989), “A Probabilistic Choice Model for Market Segmentation and Elasticity Structure,” *Journal of Marketing Research*, 26 (4), 379-390.
- [14]片平秀貴『パワーブランドの本質』ダイヤモンド社 1999
- [15]片平秀貴, 杉田善弘「マーケティング・サイエンスの最近の動向: 米国を中心として」,『オペレーションズ・リサーチ』,40 (4), 178-189, 1994.
- [16]片平秀貴「ブランド健康診断システム: ブランドの衰退をどう予知する」,『マーケティングジャーナル』,53号, 4-12, 1994.
- [17]片平秀貴『新しい消費者分析 LOGMAP の理論と応用』東京大学出版会 1991.
- [18]片平秀貴『マーケティングサイエンス』東京大学出版会 1987.

- [19]McCulloch, R., Nobile, A. and Rossi, P., (2000)“A Bayesian analysis of the multinomial probit model with fully identified parameters”, *Journal of Econometrics*, 99, 173-193.
- [20]守口剛『プロモーション効果分析』朝倉書店 2004
- [21]守口剛「潜在クラスロジットモデルを利用したロイヤルティセグメンテーション」,『オペレーションズ・リサーチ』, 48 (10), 747-752, 2003.
- [22]守口剛「マーケティング・サイエンスにおける今後の研究の方向」,『オペレーションズ・リサーチ』, 48 (7), 507-515, 2003.
- [23]中妻照雄『ファイナンスのための MCMC 法によるベイズ分析』三菱経済研究所 2003.
- [24]中妻照雄「マルコフ連鎖モンテカルロ法によるベイズ分析」,『三田学会雑誌』,94 (4), 181-207, 2001.
- [25]岡太、木島、守口『マーケティングの数理モデル』朝倉出版 2003.
- [26]Rossi, P., McCulloch, R. and Allenby, G., (1996) “The Value of Purchase History Data in Target Marketing”, *Marketing Science*, 15(4), 301-320.
- [27]Rossi, P. and Allenby, G., (1993), “A Bayesian Approach to Estimating Household Parameters”, *Journal of Marketing Research*, 30 (2), 171-182.
- [28]東京大学教養学部統計学教室『自然科学の統計学』東京大学出版会 1992.
- [29]渡辺洋『ベイズ統計学入門』福村出版 1999.
- [30]和合肇「ベイズ計量経済分析における最近の展開」,『日本統計学会誌』, 28 (3),253-305, 1998.
- [31]Wedel, M., W. Kamakura, N. Arora, A. Bemmaor, J. Chiang, T. Elrod, R. Johnson, P. Lenk, S. Neslin, and C. S. Poulsen (1999), “Discrete and Continuous Representations of Unobserved Heterogeneity in Choice Modeling,” *Marketing Letters*, 10 (3), 219-232.
- [32]シカゴ大 Rossi 教授のホームページ
<http://gsbwww.uchicago.edu/fac/peter.rossi/research/bsm.html>